١٧) $\int \frac{\text{لو}_{\text{هـ}}\,\text{ظا}\,\text{س}}{\text{جا}\,٢\,\text{س}}\ .\ \text{ءس}$

$\text{ص} = \text{لو}_{\text{هـ}}\,\text{ظا}\,\text{س}$

$\text{ءس} = \frac{\text{ءص}}{\frac{\text{قا}^٢\text{س}}{\text{ظا}\,\text{س}}}$

$\text{ءس} = \frac{\text{ءص}}{\frac{\text{جتا}\,\text{س}}{\text{جا}\,\text{س}} \times \frac{1}{\text{جتا}^٢\text{س}}}$

$\text{ءس} = \frac{\text{ءص}}{\frac{1}{\text{جا}\,\text{س}\ \text{جتا}\,\text{س}}}$

$\text{ءس} = \text{جا}\,\text{س}\ \text{جتا}\,\text{س}\ \text{ءص}$

$\int \frac{\text{ص}}{٢\,\cancel{\text{جا}\,\text{س}\ \text{جتا}\,\text{س}}} \times \cancel{\text{جا}\,\text{س}\ \text{جتا}\,\text{س}}\ \text{ءص}$

$\int \frac{1}{٢}\,\text{ص}\ \text{ءص} = \frac{1}{٢}\cdot\frac{1}{٢}\,\text{ص}^٢ + \text{ث}$

$= \frac{1}{٤}(\text{لو}_{\text{هـ}}\,\text{ظا}\,\text{س})^٢ + \text{ث}$

$\int \frac{\sqrt[٣]{\text{س}^٣ + ٢\,\text{س}}}{\text{س}^٤}\ .\ \text{ءس}$

$\int \frac{\sqrt[٣]{\text{س}^٣\left(1 + \frac{٢}{\text{س}^٢}\right)}}{\text{س}^٤}\ .\ \text{ءس}$

$\int \frac{\text{س}\sqrt[٣]{1 + \frac{٢}{\text{س}^٢}}}{\text{س}^٤}\ .\ \text{ءس}$

$\int \frac{1}{\text{س}^٣}\left(\frac{٢}{\text{س}^٢} + 1\right)^{\frac{1}{٣}}\ \text{ءس}$

$\text{ص} = \frac{٢}{\text{س}^٢} + 1$

$\text{ءس} = \frac{\text{ءص}}{\frac{-٤}{\text{س}^٣}} = \frac{-\text{س}^٣}{٤}\ \text{ءص}$

$\int \frac{1}{\cancel{\text{س}^٣}}\ \text{ص}^{\frac{1}{٣}} \times -\frac{\cancel{\text{س}^٣}}{٤}\ \text{ءص}$

$\int -\frac{1}{٤}\ \text{ص}^{\frac{1}{٣}}\ \text{ءص} = -\frac{1}{٤}\times\frac{٣}{٤}\ \text{ص}^{\frac{٤}{٣}} + \text{ث}$

$= -\frac{٣}{١٦}\left(\frac{٢}{\text{س}^٢} + 1\right)^{\frac{٤}{٣}} + \text{ث}$

١٨) $\int \frac{(٢\,\text{س} + ٣)^٩}{\text{س}^{١١}}\ .\ \text{ءس}$

$\int \frac{\left(\left(٢ + \frac{٣}{\text{س}}\right)\text{س}\right)^٩}{\text{س}^{١١}}\ .\ \text{ءس}$

$\int \frac{\left(\frac{٣}{\text{س}} + ٢\right)^٩ \cancel{\text{س}^٩}}{\text{س}^{٢\,١١}}\ .\ \text{ءس}$

$\int \frac{1}{\text{س}^٢}\left(\frac{٣}{\text{س}} + ٢\right)^٩\ .\ \text{ءس}$

$\text{ص} = ٢ + \frac{٣}{\text{س}}$

$\text{ءس} = \frac{\text{ءص}}{\frac{-٣}{\text{س}^٢}} = -\frac{\text{س}^٢}{٣}\ \text{ءص}$

$\int \frac{1}{\cancel{\text{س}^٢}}\ \text{ص}^٩\ \frac{-\cancel{\text{س}^٢}}{٣}\ \text{ءص}$

$\int -\frac{1}{٣}\ \text{ص}^٩\ \text{ءص} = -\frac{1}{٣}\ \frac{\text{ص}^{١٠}}{١٠} + \text{ث}$

$= -\frac{1}{٣٠}\left(\frac{٣}{\text{س}} + ٢\right)^{١٠} + \text{ث}$

١١. $\int \frac{\sqrt{س+1}}{\sqrt{س^{5}}}\,دس$

$\int \frac{\sqrt{س+1}}{\sqrt{س^{4}}\,\sqrt{س}}\,دس$

$\int \frac{1}{س^{2}}\,\frac{\sqrt{س+1}}{\sqrt{س}}\,دس$

$\int \frac{1}{س^{2}}\,\sqrt{\frac{س+1}{س}}\,دس$

$\int \frac{1}{س^{2}}\,\sqrt{1+\frac{1}{س}}\,دس$

$ص = 1+\frac{1}{س}$

$دس = \frac{دص}{\frac{-1}{س^{2}}} = -س^{2}\,دص$

$\int \frac{1}{\cancel{س^{2}}}\,\sqrt{ص}\times \cancel{-س^{2}}\,دص$

$-\int ص^{\frac{1}{2}}\,دص$

$-\frac{2}{3}\,ص^{\frac{3}{2}} + ج$

$-\frac{2}{3}\sqrt{\left(1+\frac{1}{س}\right)^{3}} + ج$

١٢) $\int \frac{جاس\,جتاس}{3 - جتا^{2}س}\,دس$

$\int \frac{جاس\,جتاس}{3 - (1 - جا^{2}س)}\,دس$

$\int \frac{جاس\,جتاس}{4 - جا^{2}س}\,دس$

$ص = جاس \Leftarrow دس = \frac{دص}{جاس\,جتاس}$

$\int \frac{جاس\,\cancel{جتاس}}{4 - ص^{2}} \times \frac{دص}{\cancel{جاس\,جتاس}}$

$\int \frac{أ}{2-ص} + \frac{ب}{2+ص}\,دص$

$أ(2+ص) + ب(2-ص) = 1$

نضع $ص = 2 \Leftarrow أ = \frac{1}{4}$

نضع $ص = -2 \Leftarrow ب = \frac{1}{4}$

$\int \frac{\frac{1}{4}}{2-ص} + \frac{\frac{1}{4}}{2+ص}\,دص$

$= \frac{-1}{4}\,لوھـ|2-ص| + \frac{1}{4}\,لوھـ|2+ص| + ج$

$= \frac{-1}{4}\,لوھـ|2-جاس| + \frac{1}{4}\,لوھـ|2+جاس| + ج$

١١٨

١١٥) $\int$ جا س ظا^{3} س . دس

$\int$ جا س × $\frac{1}{\text{جتا}^{3}\text{ س}}$ دس

$\int$ ظا س قا^{2} س دس

ص = ظا س

دس = $\frac{\text{دص}}{\text{قا}^{2}\text{ س}}$

$\int$ ص ~~قا^{2} س~~ × $\frac{\text{دص}}{\cancel{\text{قا}^{2}\text{ س}}}$

$\frac{\text{ص}^{2}}{2}$ + ث = $\frac{\text{ظا}^{2}\text{ س}}{2}$ + ث

١١٨) $\int \frac{\text{جتا س} + \text{س}^{-1}\text{ جا س}}{\text{س}^{-1} + \text{جا س}}$. دس

$\int \frac{\text{جتا س} \times \frac{\text{جا س}}{\text{س}}}{\frac{1}{\text{س}} \times \text{جا س}}$. دس

$\frac{\frac{\text{س جتا س} + \text{جا س}}{\cancel{\text{س}}}}{\frac{\text{س جا س} + 1}{\cancel{\text{س}}}}$

$\int \frac{\text{س جتا س} + \text{جا س}}{\text{س جا س} + 1}$ دس

= لو$_{هـ}$ |س جا س + ١| + ث

١١٦) $\int$ س^{2} (٢ جتا٣ س جتا س − جتا ٢ س) . دس

$\int$ س^{2} (٢ × $\frac{1}{2}$ (جتا ٤ س + جتا ٢ س) − جتا ٢ س) . دس

$\int$ س^{2} (جتا ٤ س + ~~جتا ٢ س~~ − ~~جتا ٢ س~~) . دس

$\int$ س^{2} جتا ٤ س . دس

م	هـ
س^{2}	جتا ٤ س
٢ س	$\frac{1}{4}$ جا ٤ س
٢	$\frac{-1}{16}$ جتا ٤ س
صفر	$\frac{-1}{64}$ جا ٤ س

$\int$ س^{2} جتا ٤ س . دس = $\frac{1}{4}$ س^{2} جا ٤ س − $\frac{-1}{16}$ ٢ س جتا ٤ س + $\frac{-1}{64}$ × ٢ جا ٤ س + ث

= $\frac{1}{4}$ س^{2} جا ٤ س + $\frac{1}{8}$ س جتا ٤ س − $\frac{1}{32}$ جا ٤ س + ث

19) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{جتا س}{٨ + جتا^{٢} س} \, دس$

$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{جتا س}{٨ + ١ - جا^{٢} س} \, دس$

$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{جتا س}{٩ - جا^{٢} س} \, دس$

$ص = جا س$ ، $دص = جتا س \, دس$ ، $س = ٠ \leftarrow ص = ٠$ ، $س = \frac{\pi}{٢} \leftarrow ص = ١$

$\int_{0}^{1} \frac{\cancel{جتا س}}{٩ - ص^{٢}} \frac{دص}{\cancel{جتا س}}$

$\int_{0}^{1} \frac{أ}{٣ - ص} + \frac{ب}{٣ + ص} \, دص$

$١ = أ(٣ + ص) + ب(٣ - ص)$

نضع $ص = ٣ \leftarrow أ = \frac{١}{٦}$

نضع $ص = -٣ \leftarrow ب = \frac{١}{٦}$

$\int_{0}^{1} \frac{\frac{١}{٦}}{٣ - ص} + \frac{\frac{١}{٦}}{٣ + ص} \, دص$

$= -\frac{١}{٦} [لو_{هـ}|٣ - ص|]_{0}^{1} + \frac{١}{٦} [لو_{هـ}|٣ + ص|]_{0}^{1}$

$= -\frac{١}{٦}(لو_{هـ}٢ - لو_{هـ}٣) + \frac{١}{٦}(لو_{هـ}٤ - لو_{هـ}٣)$

20) $\int \frac{\sqrt{س - ٢} + ١}{\sqrt{٤س - ٨} - ٢} \, دس$

$\int \frac{\sqrt{س - ٢} + ١}{٢\sqrt{س - ٢} - ٢}$

$ص = \sqrt{س - ٢}$

$ص^{٢} = س - ٢$

$٢ص \, دص = دس$

$\int \frac{ص + ١}{٢ص - ٢} \times ٢ص \, دص$

$\int \frac{\cancel{٢}(ص^{٢} + ص)}{\cancel{٢}(ص - ١)} \, دص$

$$\begin{array}{r|l} & ص + ٢ \\ \hline ص - ١ & ص^{٢} + ص \\ & -(ص^{٢} - ص) \\ \hline & ٢ص \\ & -(٢ص - ٢) \\ \hline & ٢ \end{array}$$

$= \int ص + ٢ + \frac{٢}{ص - ١} \, دص$

$= \frac{ص^{٢}}{٢} + ٢ص + ٢لو_{هـ}|ص - ١| + ث$

$= \frac{(\sqrt{س - ٢})^{٢}}{٢} + ٢\sqrt{س - ٢} + ٢لو_{هـ}|\sqrt{س - ٢} - ١| + ث$

٢١) $\int \frac{\text{٢جا٣س جتاس}}{\text{جتا٢س}}\,\text{دس}$

$\int \frac{\text{٢} \times \frac{\text{١}}{\text{٢}}(\text{جا٤س} + \text{جا٢س})}{\text{جتا٢س}}\,\text{دس}$

$\int \frac{\text{جا٤س}}{\text{جتا٢س}} + \frac{\text{جا٢س}}{\text{جتا٢س}}\,\text{دس}$

$\int \frac{\text{٢جا٢س}\,\cancel{\text{جتا٢س}}}{\cancel{\text{جتا٢س}}} + \text{ظا٢س}\,\text{دس}$

$\int \text{٢جا٢س} + \text{ظا٢س}\,\text{دس}$

$= \frac{-\cancel{\text{٢}}}{\cancel{\text{٢}}}\,\text{جتا٢س} - \frac{\text{١}}{\text{٢}}\,\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{جتا٢س}| + \text{ث}$

---

٢٢) $\int \frac{\text{قا}^{\text{٢}}\text{س}}{\text{٤} - (\text{لو}_{\text{هـ}}\,\text{ظاس})^{\text{٢}}}\,\text{دس}$

$\text{ص} = \text{لو}_{\text{هـ}}\,\text{ظاس}$

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{\frac{\text{قا}^{\text{٢}}\text{س}}{\text{ظاس}}} = \frac{\text{دص}}{\text{قا}^{\text{٢}}\text{س}}$

$\int \frac{\cancel{\text{قا}^{\text{٢}}\text{س}}}{\text{٤} - \text{ص}^{\text{٢}}}\,\frac{\text{دص}}{\cancel{\text{قا}^{\text{٢}}\text{س}}}$

$\int \frac{\text{١}}{(\text{ص}+\text{٢})(\text{ص}-\text{٢})}\,\text{دص}$

$\int \frac{\text{أ}}{\text{ص}-\text{٢}} + \frac{\text{ب}}{\text{ص}+\text{٢}}\,\text{دص}$

$\text{أ}(\text{ص}+\text{٢}) + \text{ب}(\text{ص}-\text{٢}) = \text{١}$

$\text{أ} = \frac{\text{١}}{\text{٤}} \quad , \quad \text{ب} = \frac{\text{١}}{\text{٤}}$

$\int \frac{\frac{\text{١}}{\text{٤}}}{\text{ص}-\text{٢}} + \frac{\frac{\text{١}}{\text{٤}}}{\text{ص}+\text{٢}}\,\text{دص}$

$= -\frac{\text{١}}{\text{٤}}\,\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{٢} - \text{لو}_{\text{هـ}}\text{ظاس}| + \frac{\text{١}}{\text{٤}}\,\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{٢} + \text{لو}_{\text{هـ}}\text{ظاس}| + \text{ث}$

---

٢٣) $\int \text{لو}_{\text{هـ}}(\text{س}^{\text{٢}} - \text{٦س} + \text{٩})\,\text{دس}$

$\text{ع} = \text{لو}_{\text{هـ}}(\text{س}^{\text{٢}} - \text{٦س} + \text{٩}) \qquad \text{دص} = \text{دس}$

$\text{دع} = \frac{\text{٢س} - \text{٦}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٦س} + \text{٩}}\,\text{دس} \qquad \text{ص} = \text{س}$

$\int \text{لو}_{\text{هـ}}(\text{س}^{\text{٢}} - \text{٦س} + \text{٩}) \cdot \text{دس}$

$= \text{س}\,\text{لو}_{\text{هـ}}(\text{س}^{\text{٢}} - \text{٦س} + \text{٩}) - \int \text{س} \times \frac{\text{٢س} - \text{٦}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٦س} + \text{٩}}\,\text{دس}$

$= \text{س}\,\text{لو}_{\text{هـ}}(\text{س}^{\text{٢}} - \text{٦س} + \text{٩}) - \int \frac{\text{٢س}^{\text{٢}} - \text{٦س}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٦س} + \text{٩}}\,\text{دس}$

$$\begin{array}{r|l} \text{٢} & \\ \hline \text{٢س}^{\text{٢}} - \text{٦س} & \text{س}^{\text{٢}} - \text{٦س} + \text{٩} \\ \mp\text{٢س}^{\text{٢}} \pm \text{١٢س} \mp \text{١٨} & \\ \hline \text{٦س} - \text{١٨} & \end{array}$$

$= \text{س}\,\text{لو}_{\text{هـ}}(\text{س}^{\text{٢}} - \text{٦س} + \text{٩}) - \int \text{٢} + \frac{\text{٦س} - \text{١٨}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٦س} + \text{٩}}$

$= \text{س}\,\text{لو}_{\text{هـ}}(\text{س}^{\text{٢}} - \text{٦س} + \text{٩}) - \int \text{٢} + \frac{\text{٣}(\text{٢س} - \text{٦})}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٦س} + \text{٩}}$

$= \text{س}\,\text{لو}_{\text{هـ}}(\text{س}^{\text{٢}} - \text{٦س} + \text{٩}) - \text{٢س} - \text{٣}\,\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{س}^{\text{٢}} - \text{٦س} +$

$$٤٤)\ \int \text{لو}_{\text{هـ}}(س^٢ - ٣س)\,.\,دس$$

$$ص = \text{لو}_{\text{هـ}}(س^٢ - ٣س) \qquad \int دع = \int دس$$

$$دص = \frac{٢س - ٣}{س^٢ - ٣س}\,دس \qquad ع = س$$

$$\int \text{لو}_{\text{هـ}}(س^٢ - ٣س)\,.\,دس = ص \times ع - \int ع \times دص$$

$$= س\,\text{لو}_{\text{هـ}}(س^٢ - ٣س) - \int س \times \frac{٢س - ٣}{س^٢ - ٣س}\,دس$$

$$= س\,\text{لو}_{\text{هـ}}(س^٢ - ٣س) - \int \frac{٢س^٢ - ٣س}{س^٢ - ٣س}\,دس$$

$$\begin{array}{r|l} & ٢ \\ س^٢ - ٣س & ٢س^٢ - ٣س \\ & \cancel{٢س^٢} \mp ٦س \\ \hline & ٣س \end{array}$$

$$= س\,\text{لو}_{\text{هـ}}(س^٢ - ٣س) - \int ٢ + \frac{٣س}{س^٢ - ٣س}\,دس$$

$$= س\,\text{لو}_{\text{هـ}}(س^٢ - ٣س) - \int ٢ + \frac{٣\cancel{س}}{\cancel{س}(س - ٣)}\,دس$$

$$= س\,\text{لو}_{\text{هـ}}(س^٢ - ٣س) - ٢س - ٣\,\text{لو}_{\text{هـ}}|س - ٣| + ث$$